

试卷代号:2006

座位号

--	--

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第二学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题

2011 年 7 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

- 函数 $y = \frac{x}{\lg(x+1)}$ 的定义域是().
 A. $x > -1$ B. $x > 0$
 C. $x \neq 0$ D. $x > -1$ 且 $x \neq 0$
- 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().
 A. $\sin x$ B. e^x
 C. x^2 D. $3-x$
- 下列定积分中积分值为 0 的是().
 A. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$ B. $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$
 C. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + \sin x) dx$ D. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 + \cos x) dx$
- 设 A, B 为同阶可逆矩阵,则下列等式成立的是().
 A. $(AB)^T = A^T B^T$ B. $(AB^T)^{-1} = A^{-1} (B^T)^{-1}$
 C. $(AB)^T = B^T A^T$ D. $(AB^T)^{-1} = A^{-1} (B^{-1})^T$
- 若线性方程组的增广矩阵为 $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda =$ () 时线性方程组无解.
 A. $\frac{1}{2}$ B. 0
 C. 1 D. 2

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- 函数 $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$ 的图形关于_____对称.
- 已知 $f(x) = 1 - \frac{\sin x}{x}$, 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $f(x)$ 为无穷小量.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-3) dx =$ _____.
- 设矩阵 A 可逆, B 是 A 的逆矩阵, 则 $(A^T)^{-1} =$ _____.
- 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos x + \ln^3 x$, 求 y' .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, I 是 3 阶单位矩阵, 求 $(I - A)^{-1}B$.

14. 求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$
 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本 $C'(x) = 2$ (元/件), 固定成本为 0, 边际收益 $R'(x) = 12 - 0.02x$, 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第二学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D 2. B 3. A 4. C 5. A

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 原点
7. 0
8. $\frac{1}{2}F(2x-3)+c$
9. B^T
10. 有非零解

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:由导数运算法则和导数基本公式得
$$y' = (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)'$$
$$= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)'$$
$$= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由分部积分法得
$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:由矩阵减法运算得
$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\
 & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

即 $(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 10 分

由矩阵乘法运算得

$$(I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\
 & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 是自由未知量}) \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 500$

$x = 500$ 是惟一驻点, 而该问题确实存在最大值. 即产量为 500 件时利润最大. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25 (\text{元})$$

即利润将减少 25 元. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$