

试卷代号:2006

座位号

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2014 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.

A. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

B. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, g(x) = x+1$

C. $y = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$

D. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

2. 下列结论中正确的是().

A. 使 $f'(x)$ 不存在的点 x_0 , 一定是 $f(x)$ 的极值点

B. 若 $f'(x_0) = 0$, 则 x_0 必是 $f(x)$ 的极值点

C. x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 则 x_0 必是 $f(x)$ 的驻点

D. x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $f'(x_0)$ 存在, 则必有 $f'(x_0) = 0$

3. 下列等式中正确的是().

A. $\frac{1}{x^2} dx = d(-\frac{1}{x})$

B. $\tan x dx = d(\frac{1}{\cos^2 x})$

C. $\cos x dx = d(-\sin x)$

D. $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$

4. 下列结论正确的是().

A. 对角矩阵是数量矩阵

B. 数量矩阵是对称矩阵

C. 可逆矩阵是单位矩阵

D. 对称矩阵是可逆矩阵

5. n 元线性方程组 $AX = b$ 有解的充分必要条件是().

A. 秩 $A = \text{秩}(\bar{A})$

B. 秩 $A < n$

C. 秩 $A = n$

D. A 不是行满秩矩阵

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x}$ 的定义域是_____.

7. $f(x) = \sqrt{2-x}$, 在 $(1, 1)$ 点的切线斜率是_____.

8. 若 $\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ _____.

9. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, 则 $I - 2A =$ _____.

10. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 dy .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(I + A)^{-1}$.

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本为 $C'(x) = 4x - 3$ (万元/百台), x 为产量(百台), 固定成本为 18(万元), 求最低平均成本.

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2014 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D 2. D 3. A 4. B 5. A

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. $(-2, -1) \cup (-1, 4]$

7. $-\frac{1}{2}$

8. $-\sin x$

9. $\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

10. -1

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$\begin{aligned} dy &= d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x}) \\ &= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x) \\ &= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx \\ &= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx \end{aligned} \quad (10 \text{ 分})$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c \quad (10 \text{ 分})$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:因为 $I + A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ (5 分)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(12 分)

所以 $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (15 分)

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(12 分)

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) (15 分)

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为总成本函数为

$$C(x) = \int (4x - 3) dx = 2x^2 - 3x + c$$

当 $x=0$ 时, $C(0)=18$, 得 $c=18$, 即

$$C(x) = 2x^2 - 3x + 18$$

又平均成本函数为

$$A(x) = \frac{C(x)}{x} = 2x - 3 + \frac{18}{x}$$

(8 分)

令 $A'(x) = 2 - \frac{18}{x^2} = 0$, 解得 $x=3$ (百台). 可以验证 $x=3$ 是 $A(x)$ 的最小值点, 所以当 $x=3$

时, 平均成本最低. 最低平均成本为

$$A(x) = 2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元 / 百台)}$$

(20 分)