

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放专科”期末考试

## 经济数学基础 12 试题

2015年1月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列函数中为偶函数的是( ).

A.  $y = x^2 - x$

B.  $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

C.  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

D.  $y = x^2 \sin x$

2. 当  $x \rightarrow +\infty$  时,下列变量为无穷小量的是( ).

A.  $\frac{\sin x}{x}$

B.  $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x+1}$

C.  $e^{\frac{1}{x}}$

D.  $\ln x$

3. 下列结论中正确的是( ).

A. 使  $f'(x)$  不存在的点  $x_0$ ,一定是  $f(x)$  的极值点

B. 若  $f'(x_0) = 0$ ,则  $x_0$  必是  $f(x)$  的极值点

C.  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点,则  $x_0$  必是  $f(x)$  的驻点

D.  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点,且  $f'(x_0)$  存在,则必有  $f'(x_0) = 0$

4. 以下结论或等式正确的是( ).

A. 若  $A, B$  均为零矩阵,则有  $A = B$

B. 若  $AB = AC$ ,且  $A \neq O$ ,则  $B = C$

C. 对角矩阵是对称矩阵

D. 若  $A \neq O, B \neq O$ ,则  $AB \neq O$

5. 线性方程组  $A_{m \times n} X = b$  有无穷多解的充分必要条件是( ).

A.  $r(A) = r(\bar{A}) < m$

B.  $r(A) = r(\bar{A}) < n$

C.  $m < n$

D.  $r(\bar{A}) < n$

得 分	评卷人

### 二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 函数  $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

7. 曲线  $y = \sqrt{x}$  在  $(1,1)$  处的切线斜率是\_\_\_\_\_.

8. 若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ ,则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ \_\_\_\_\_.

9. 若方阵  $A$  满足\_\_\_\_\_,则  $A$  是对称矩阵.

10. 若线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$  有非零解,则  $\lambda =$ \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设  $y = e^{\sin x} + x\sqrt{x}$ , 求  $dy$ .

12. 计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ .

得 分	评卷人

### 四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 解矩阵方程  $X \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ .

14. 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \end{cases} \text{ 的一般解.}$$

得 分	评卷人

### 五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本为  $C'(x) = 4x - 3$  (万元/百台),  $x$  为产量(百台), 固定成本为 18(万元), 求最低平均成本.

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放专科”期末考试

## 经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2015年1月

### 一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C                      2. A                      3. D                      4. C                      5. B

### 二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6.  $(-1, 3)$

7.  $\frac{1}{2}$

8.  $-F(e^{-x}) + c$

9.  $A^T = A$

10.  $-1$

### 三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解:  $y' = (e^{\sin x} + x\sqrt{x})' = (e^{\sin x})' + (x\sqrt{x})'$

$$= e^{\sin x} (\sin x)' + (x^{\frac{3}{2}})'$$

$$= \cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$dy = (\cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}) dx \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由定积分的分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d(-\cos x) = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 解:因为

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix},$$

所以  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ . .....10 分

因此  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$ . .....15 分

14. 解:因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{.....10 分}$$

所以方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -3x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_3 + x_4 \end{cases}$ , 其中  $x_3, x_4$  是自由未知量. ....15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:因为总成本函数为

$$C(x) = \int (4x - 3) dx = 2x^2 - 3x + c$$

当  $x=0$  时,  $C(0)=18$ , 得  $c=18$ , 即  $C(x)=2x^2-3x+18$ . .....8 分

又平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = 2x - 3 + \frac{18}{x} \quad \text{.....12 分}$$

令  $\bar{C}'(x) = 2 - \frac{18}{x^2} = 0$ , 解得  $x=3$ (百台). 可以验证,  $x=3$  是  $\bar{C}(x)$  的最小值点, 所以当

$x=3$  时, 平均成本最低. 最低平均成本为

$$\bar{C}(x) = 2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元/百台)} \quad \text{.....20 分}$$