

试卷代号:2874

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2016年1月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.

A. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

B. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, g(x) = x+1$

C. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln x$

D. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

2. 曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为 ().

A. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

D. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

3. 下列等式不成立的是 ().

A. $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

B. $-\sin x dx = d(\cos x)$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = d\sqrt{x}$

D. $e^x dx = d(e^x)$

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) = ()$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 若线性方程组 $AX = b$ 中, $r(\bar{A}) = 4, r(A) = 3$, 则该线性方程组 ().

A. 有唯一解

B. 无解

C. 有非零解

D. 有无穷多解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 已知生产某种产品的成本函数为 $C(q) = 80 + 2q$, 则当产量 $q = 50$ 时, 该产品的平均成本为 _____.

7. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $k =$ _____.

8. 若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx =$ _____.

9. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $B = [3 \quad -1]$, 则 $AB =$ _____.

10. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = 2^x - \cos x^2$, 求 dy .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 求 A^{-1} .

14. 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知生产某产品的边际成本为 $C'(q) = 8q$ (万元/百台), 边际收入为 $R'(q) = 100 - 2q$ (万元/百台), 其中 q 为产量, 问产量为多少时, 可使利润达到最大? 在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台, 利润将会有怎样的变化?

试卷代号:2874

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2016年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D 2. C 3. A 4. B 5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 3, 6

7. 1

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解: $y' = 2^x \ln 2 + 2x \sin x^2$ 7分

$$dy = (2^x \ln 2 + 2x \sin x^2) dx$$
 10分

12. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} \int_1^e \ln x d(x^2) = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x)$
 $= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,共30分)

13. 解: 因为 $(A \ I) = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 12 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 15 \text{ 分}$$

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 10 \text{ 分}$$

$$\text{所以方程组的一般解为 } \begin{cases} x_1 = -3x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_3 + x_4 \end{cases}, \text{ 其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量.} \quad 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

$$15. \text{ 解: } L'(q) = R'(q) - C'(q) = (100 - 2q) - 8q = 100 - 10q \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{令 } L'(q) = 0, \text{ 得 } q = 10 (\text{百台}) \quad 8 \text{ 分}$$

又 $q = 10$ 是 $L(q)$ 的唯一驻点, 该问题确实存在最大值, 即当产量为 10(百台)时利润最大.

12 分

$$\text{又 } \Delta L = \int_{10}^{12} L'(q) dq = \int_{10}^{12} (100 - 10q) dq = (100q - 5q^2) \Big|_{10}^{12} = -20 \quad 18 \text{ 分}$$

即在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台, 利润将减少 20 万元. 20 分