

试卷代号:2006

座位号

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题

2013 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.

A. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

B. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, g(x) = x+1$

C. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln x$

D. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = ()$.

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

3. 下列定积分中积分值为 0 的是 ().

A. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

B. $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$

C. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 + \cos x) dx$

D. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + \sin x) dx$

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) = ()$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 若线性方程组的增广矩阵为 $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 0 & 1-2\lambda & -4 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时该线性方程组无解.

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. 1

D. 2

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ 的定义域是 _____.

7. 设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p =$ _____.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____.

9. 当 a _____ 时, 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & a \end{bmatrix}$ 可逆.

10. 已知齐次线性方程组 $AX = O$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos x + \ln^2 x$, 求 dy .

12. 计算定积分 $\int_0^{\ln 3} e^x (1 + e^x)^2 dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, 计算 $(A^T B)^{-1}$.

14. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为: $C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q$ (万元), 求: (1) 当 $q = 10$ 时的总成本、平均成本和边际成本; (2) 当产量 q 为多少时, 平均成本最小?

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2013 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. D 2. C 3. A 4. B 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

7. $-\frac{p}{2}$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. $\neq -3$

10. 3

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解: $y' = -\sin x + 2\ln x(\frac{1}{x}) = \frac{2}{x}\ln x - \sin x$ 7 分

$dy = (\frac{2}{x}\ln x - \sin x)dx$ 10 分

12. 解: $\int_0^{\ln 3} e^x (1 + e^x)^2 dx = \int_0^{\ln 3} (1 + e^x)^2 d(1 + e^x)$
 $= \frac{1}{3} (1 + e^x)^3 \Big|_0^{\ln 3} = \frac{56}{3}$ 10 分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解: 因为 $A^TB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ 7 分

所以由公式得 $(A^TB)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 15 分

$$\begin{aligned}
 14. \text{ 解: 因为 } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & 5 \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

12 分

故方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:(1)因为总成本、平均成本和边际成本分别为:

$$C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q, \quad \bar{C}(q) = \frac{100}{q} + 0.25q + 6,$$

$$C'(q) = 0.5q + 6. \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{所以, } C(10) = 100 + 0.25 \times 10^2 + 6 \times 10 = 185,$$

$$\bar{C}(10) = \frac{100}{10} + 0.25 \times 10 + 6 = 18.5,$$

$$C'(10) = 0.5 \times 10 + 6 = 11. \quad 10 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 令 } \bar{C}'(q) = -\frac{100}{q^2} + 0.25 = 0, \text{ 得 } q = 20 (q = -20 \text{ 舍去}). \quad 17 \text{ 分}$$

因为 $q = 20$ 是其在定义域内唯一驻点,且该问题确实存在最小值,所以当 $q = 20$ 时,平均成本最小. 20 分