

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2014年7月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列函数中, () 不是基本初等函数.

A. $y = (\frac{1}{2})^x$

B. $y = \ln(x-1)$

C. $y = 2^{\sqrt{10}}$

D. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

2. 设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性为 $E_p = ()$.

A. $\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

B. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

C. $-\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

3. 下列等式中正确的是 ().

A. $\sin x dx = d(-\cos x)$

B. $e^{-x} dx = d(e^{-x})$

C. $x^3 dx = d(3x^2)$

D. $-\frac{1}{x} dx = d(\frac{1}{x^2})$

4. 设 A 是 $n \times s$ 矩阵, B 是 $m \times s$ 矩阵, 则下列运算中有意义的是 ().

A. BA

B. AB^T

C. AB

D. $A^T B$

5. 设线性方程组 $AX = b$, 若秩 $(A) = 4$, 秩 $(A) = 3$, 则该线性方程组 ().

A. 有唯一解

B. 无解

C. 有非零解

D. 有无穷多解

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x-1)}$ 的定义域是_____.

7. $f(x) = \sqrt{x+2}$ 在 $x=2$ 处的切线斜率是_____.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x+5) dx =$ _____.

9. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T =$ _____.

10. 若 $r(A, b) = 4$, $r(A) = 3$, 则线性方程组 $AX = b$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos x + \ln^3 x$, 求 y' .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 求 A^{-1} .

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 14x_2 - 6x_3 + 12x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设生产某产品的总成本函数为 $C(x) = 3 + x$ (万元), 其中 x 为产量, 单位: 百吨. 销售 x 百吨时的边际收入为 $R'(x) = 15 - 2x$ (万元 / 百吨), 求:

(1) 利润最大时的产量;

(2) 在利润最大时的产量的基础上再生产 1 百吨, 利润会发生什么变化?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2014年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. A 4. B 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(1,2) \cup (2,3]$

7. $\frac{1}{4}$

8. $\frac{1}{3}F(3x+5)+c$

9. $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

10. 无解

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$\begin{aligned} y' &= (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)' \\ &= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)' \\ &= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \end{aligned} \quad (10 \text{ 分})$$

12. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c \quad (10 \text{ 分})$$

四、线性代数计算题(每小题15分,共30分)

13. 解:因为 $[A \quad I] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (15 \text{ 分})$$

14. 解: 系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 14 & -6 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -9 & 4 & -9 \\ 0 & 18 & -8 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{9} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{一般解为} \begin{cases} x_1 = \frac{1}{9}x_3 - x_4 \\ x_2 = \frac{4}{9}x_3 - x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量}) \quad (15 \text{ 分})$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: (1) 因为边际成本为 $C'(x) = 1$

边际利润 $L'(x) = R'(x) - C'(x) = 14 - 2x$ (8 分)

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 7$, 可以验证 $x = 7$ 为利润函数 $L(x)$ 的最大值点. 因此, 当产量为 7 百吨时利润最大. (14 分)

(2) 当产量由 7 百吨增加至 8 百吨时, 利润改变量为

$$\begin{aligned} \Delta L &= \int_7^8 (14 - 2x) dx = (14x - x^2) \Big|_7^8 \\ &= 112 - 64 - 98 + 49 = -1 (\text{万元}) \end{aligned}$$

即利润将减少 1 万元. (20 分)