

试卷代号:2006

座位号

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题

2011 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

附表

导数基本公式:

积分基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$\int 0 dx = c$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

人	分	评

1. 下列函数中为奇函数的是().

A. $y = x^2 - x$

B. $y = e^x + e^{-x}$

C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

D. $y = x \sin x$

2. 设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性为 $E_p = ()$.

A. $\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

B. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

C. $-\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

3. 下列无穷积分中收敛的是().

A. $\int_0^{+\infty} e^x dx$

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \ln x dx$

4. 设 A 为 3×2 矩阵, B 为 2×3 矩阵, 则下列运算中() 可以进行.

A. AB

B. $A+B$

C. AB^T

D. BA^T

5. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是().

A. 有唯一解

B. 只有 0 解

C. 有无穷多解

D. 无解

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$ 的定义域是_____.

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$ 的间断点是_____.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____.

9. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, 当 $a =$ _____ 时, A 是对称矩阵.

10. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____.

得分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = 3^x + \cos^2 x$, 求 dy .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求 $(B^T A)^{-1}$.

14. 求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解.

得分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 生产某产品的总成本为 $C(x) = 3 + x$ (万元), 其中 x 为产量, 单位: 百吨. 边际收入为 $R'(x) = 15 - 2x$ (万元/百吨), 求:

(1) 利润最大时的产量;

(2) 从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润有什么变化?

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. C

2. D

3. B

4. A

5. D

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

7. $x=0$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. 0

10. -1

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$$

$$= (3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解: 因为

$$B^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以由公式可得

$$(B^T A)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) $\dots\dots\dots 15 \text{ 分}$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: (1) 因为边际成本 $C'(x) = 1$, 边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x)$$

$$= 15 - 2x - 1 = 14 - 2x$$

令 $L'(x) = 0$ 得 $x = 7$ (百吨)

又 $x = 7$ 是 $L(x)$ 的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知 $L(x)$ 存在最大值, 故 $x = 7$ 是 $L(x)$ 的最大值点, 即当产量为 7 (百吨) 时, 利润最大. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$\begin{aligned} (2) L &= \int_7^8 L'(x) dx = \int_7^8 (14 - 2x) dx \\ &= (14x - x^2) \Big|_7^8 = -1 \end{aligned}$$

即从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润将减少 1 万元. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$